#### РАДИОФИЗИКА

УДК 535.5

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ КОЛЛИНЕАРНОГО АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

#### Ю. С. Доброленский, В. Б. Волошинов

(кафедра физики колебаний)

E-mail: dobrolenskiy@phys.msu.ru

Проведен теоретический анализ коллинеарного акустооптического взаимодействия в кристаллах с различной величиной двулучепреломления. Рассмотрена дифракция в среде, состоящей из большого числа тонких слоев, в которых ориентация осей оптической индикатрисы меняется от слоя к слою, что обусловлено влиянием ультразвуковой волны. Для коллинеарной дифракции в кристаллах  $LiNbO_3$ ,  $\alpha$ - $SiO_2$ , Te,  $CaMoO_4$  и  $Tl_3$   $AsSe_3$  получены выражения для интенсивностей прошедшей и дифрагированной волн методами акустооптики, а также новым методом с использованием исчисления Джонса.

#### Введение

Взаимодействие световых пучков с дифракционными решетками, в том числе созданными в кристаллах при помощи акустических волн, широко применяется для управления оптическим излучением в системах оптической обработки информации [1–4]. Некоторые акустооптические (АО) приборы, в частности фильтры, используют коллинеарную геометрию взаимодействия, при которой волновые векторы света и ультразвука коллинеарны. Этот случай дифракции позволяет в принципе получить большую длину взаимодействия электромагнитной и акустической волн, что соответствует решетке с большим числом штрихов [1–15].

Основной характеристикой материала, определяющей возможность его применения в акустооптике, является АО качество  $M_2$ , которое в случае анизотропной среды имеет вид [1]

$$M_2 = p^2 n_o^3 n_o^3 / \rho V^3,$$
 (1)

где p — соответствующая фотоупругая константа,  $n_o$  и  $n_e$  — показатели преломления для обыкновенной (o) и необыкновенной (e) волны соответственно,  $\rho$  — плотность материала, V — скорость звука. Чем больше коэффициент  $M_2$ , тем меньшая акустическая мощность требуется для получения заданной эффективности дифракции. Существует лишь небольшое количество материалов, обладающих удовлетворительным АО качеством в режиме коллинеарного взаимодействия при распространении света и ультразвука перпендикулярно оси z. Среди них можно отметить такие кристаллы, как кварц, ниобат лития, молибдат кальция, TAS и теллур [1]. В этих кристаллах фазовая и групповая скорости совпадают по направлению как у оптической,

так и у акустической волны. Другими словами, вдоль этих направлений для обеих волн отсутствует снос энергии.

Коллинеарное взаимодействие представляет несомненный практический интерес, так как дает возможность создания приборов с большим спектральным разрешением [6-15]. Поэтому задача исследования природы коллинеарной дифракции и тех процессов в кристаллических средах, которые определяют этот тип взаимодействия, важна для акустооптики. В настоящей работе показано, что физические процессы, происходящие в коллинеарном АО устройстве, по своей физической сути близки к процессам и явлениям, наблюдаемым в системе последовательно расположенных фазовых пластинок с повернутыми относительно друг друга осями. На первый взгляд, такая аналогия является неочевидной, однако проведенный анализ доказывает возможность подобного подхода. Таким образом, интенсивность коллинеарного АО взаимодействия может быть оценена при использовании общих положений и соотношений, известных из оптики анизотропных сред. В частности, в работе проведены расчеты эффективности дифракции для материалов LiNbO<sub>3</sub>,  $\alpha$ -SiO<sub>2</sub>, Te, CaMoO<sub>4</sub> и Tl<sub>3</sub> AsSe<sub>3</sub> методами акустооптики и в рамках разработанной модели. До сих пор интенсивность дифрагированного света в АО устройствах на коллинеарной дифракции оценивалась из решения уравнений связанных мод [1, 2].

# Дифракция света на ультразвуке в анизотропной среде

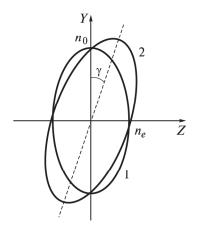
Для любого направления распространения света и ультразвука изменения коэффициентов оптической индикатрисы  $\Delta B_i$ , обусловленные фотоупру-

гим эффектом, находятся из следующего соотношения [1]:

$$\Delta B_i = p_{ij} s_j, \tag{2}$$

где  $B_i$  — диэлектрическая непроницаемость,  $p_{ij}$  — фотоупругая константа,  $s_j$  — безразмерная упругая деформация. Анализ коллинеарной дифракции в одноосных кристаллах проведен на примере ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$ , в котором AO взаимодействие происходит на продольной волне ультразвука, распространяющейся вдоль оси x кристалла. В этом случае фотоупругая константа  $p_{ij} = p_{41}$ , а упругая деформация  $s_j = s_1$ . Соответствующее сечение оптической индикатрисы при x = 0 будет иметь вид (рис. 1)

$$\frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2p_{41}s_1yz = 1.$$
(3)



 $Puc.\ 1.$  Сечения оптической индикатрисы в анизотропной среде в отсутствие акустического возмущения (1) и при его наличии (2)

Как видно из выражения (3), а также из рис. 1, распространение в кристалле акустической волны вызывает поворот и деформацию эллипсоида показателей преломления. Угол поворота осей эллипсоида (в сечении — эллипса)  $\gamma$  может быть найден из (3) по формуле

$$tg 2\gamma = \frac{2p_{41}s_1}{\left|\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}\right|}.$$
(4)

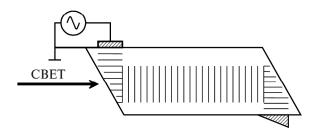
Известно [16], что поворот и деформация эллипса показателей преломления могут рассматриваться независимо друг от друга. Более того, было показано [16], что поворот осей эллипса является причиной анизотропной дифракции, в то время как его деформация (расширение по одной оси и сжатие по другой) вызывает изотропную дифракцию света.

Так как распространение акустической (ультразвуковой) волны является периодическим процессом, то  $s=s_0\exp[i(\Omega t-Kx)]$ , где  $\Omega$  — частота ультразвука,  $K=\Omega/V$  — его волновой вектор, V — фазовая скорость. Следовательно, можно утверждать, что эллипс поворачивается в противоположные стороны (в соответствии с фазой акустической волны),

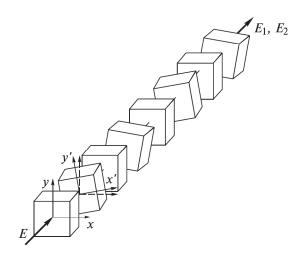
т. е. совершает колебания. В дальнейшем под s будем понимать максимальное значение безразмерной упругой деформации, а под  $\gamma$  — амплитуду колебаний эллипса.

#### Коллинеарная анизотропная дифракция

Одна из возможных схем коллинеарной дифракции света на ультразвуке показана на рис. 2. Ультразвуковая волна при рассмотрении считается плоской. Тогда акустическое поле в кристалле можно представить как набор тонких плоскопараллельных слоев, в каждом из которых оси индикатрисы повернуты относительно соответствующих осей в соседних слоях. Из рис. 2 видно, что падающий свет проходит все эти слои последовательно. Это означает, что процесс распространения света в акустическом поле подобен процессу распространения света через систему повернутых друг относительно друга двулучепреломляющих пластин, как показано на рис. 3. В этом отношении коллинеарная АО ячейка подобна поляризационному фильтру Шольца [2].



Puc. 2. Схема коллинеарного AO взаимодействия в кристалле



Puc. 3. Распространение света через систему повернутых друг относительно друга двулучепреломляющих пластин

Особенности распространения света через такую систему хорошо изучены в оптике [2, 17]. Известно, что если на двулучепреломляющую пластинку падает линейно поляризованная световая волна, то она распадается на две волны со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации. Так как эти

волны распространяются с различными фазовыми скоростями, на выходе пластинки между ними образуется фазовый сдвиг  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \Delta x,\tag{5}$$

где  $\lambda$  — длина волны света,  $\Delta n = n_e - n_o$  — двулучепреломление материала пластинки, а  $\Delta x$  — толщина пластинки.

Если обозначить амплитуду падающего света как E, а амплитуды световых волн на выходе пластинки как  $E_1$  и  $E_2$ , где  $E_1$  — амплитуда волны с поляризацией, совпадающей с поляризацией падающей волны, а  $E_2$  — амплитуда волны с ортогональной поляризацией, то для одной пластинки эти величины нетрудно рассчитать [17]:

$$|E_1| = \sqrt{1 - E^2 \sin^2 2\gamma \sin^2 \frac{\Gamma}{2}}, \quad |E_2| = E \sin 2\gamma \sin \frac{\Gamma}{2}.$$
 (6)

В приведенных выражениях  $\gamma$  — угол между плоскостью поляризации падающего света и оптической осью пластинки. Очевидно, что этот угол аналогичен углу поворота оптической индикатрисы при АО взаимодействии на рис. 1 и 2. Заметим, что на рис. 3 для первой пластинки  $\gamma=0$ .

Выражение (4) можно преобразовать к виду

$$\sin 2\gamma = \frac{p_{41}s_1n^3}{\sqrt{(\Delta n)^2 + p_{41}^2s_1^2n^6}},\tag{7}$$

где  $n=0.5(n_o+n_e)$  — среднее значение показателя преломления кристалла. Величина  $n^3p_{41}s_1\equiv \delta n$  является акустически наведенной анизотропией в дополнение к естественной анизотропии  $\Delta n$ . Следовательно, для описания AO взаимодействия в выражение (5) следует ввести добавку:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta n + \delta n) \Delta x. \tag{8}$$

Следует отметить, что это значение  $\delta n$  отличается вдвое от значения  $\delta n = n^3 p_{ij} s_j/2$ , принятого в литературе [1] для описания дифракции в изотропной среде. Дело в том, что в анизотропной среде вследствие поворотов оптической индикатрисы всегда появляются две волны, и для определения фазового сдвига между ними необходимо рассматривать разницу между максимальным и минимальным значениями показателя преломления, а не его изменение относительно невозмущенной среды, как это делается в [1].

Используя выражения (6), (7) и (8) и учитывая, что в анизотропных средах обычно  $\delta n \ll \Delta n$ , в приближении тонкой пластинки ( $\sin \Gamma/2 \approx \Gamma/2$ ) получаем следующее выражение для амплитуды волны с поляризацией, ортогональной исходной:

$$E_2 = E \frac{\pi p_{41} s_1 n^3}{\lambda} \Delta x. \tag{9}$$

Сопоставив соотношение (9) с известным в акустооптике [1-4] соотношением для связи амплитуд прошедшего и дифрагированного пучков

$$\frac{dE_2}{dx} = \frac{q}{2}E_1,\tag{10}$$

где q — коэффициент АО связи, находим (так как эффективность дифракции на выходе одного слоя мала, то можно считать  $E_1 \approx E$ )

$$q = \frac{2\pi p_{41} s_1 n^3}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n, \tag{11}$$

что соответствует определению этой величины, принятому в акустооптике [1–4]. Это означает, что при использовании аналогии с кристаллооптикой волну с поляризацией, ортогональной поляризации падающего света, можно рассматривать как дифрагированную, а с поляризацией, совпадающей с исходной, — как прошедшую. Таким образом, проведенная аналогия представляется оправданной и может использоваться для изучения анизотропной дифракции света на ультразвуке.

Из полученного результата следует еще один важный вывод. Соотношение (9) указывает на то, что амплитуда дифрагированной волны  $E_2$ , а следовательно, и эффективность дифракции (отношение интенсивностей дифрагированного и падающего света) не зависят от двулучепреломления  $\Delta n$ , хотя и зависят от абсолютного значения показателя преломления n. Этим объясняется тот факт, что в акустооптике одинаково успешно применяются материалы как с большим, так и с малым двулучепреломлением, и эффективность дифракции может достигать больших значений вне зависимости от  $\Delta n$ .

Для каждого конкретного среза кристалла и выбранной акустической моды (когда  $p_{ij}$ ,  $n_o$  и  $n_e$  неизменны) угол поворота  $\gamma$  определятся величиной упругой деформации  $s_j$  [1]. Если эффективность дифракции  $I_d/I_0$  известна, величина деформации  $s_j$  может быть найдена из следующих соотношений для интенсивности дифрагированного света и плотности акустической мощности по сечению ультразвукового столба:

$$\frac{I_d}{I_0} = \sin^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P}{2S}} \, l \right],\tag{12}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{s_j^2 \rho V^3}{2}.\tag{13}$$

Здесь P — акустическая мощность, l и S — соответственно длина взаимодействия и площадь поперечного сечения ультразвукового столба. По известным значениям s и  $\gamma$  можно снова рассчитать эффективность дифракции, но уже в рамках разработанной модели с соответствующим количеством слоев. Однако очевидно, что в реальных кристаллах

число таких слоев чрезвычайно велико. В самом деле, в случае коллинеарного взаимодействия на длине кристалла обычно укладывается несколько тысяч акустических длин волн, а на расстоянии одной акустической длины волны необходимо рассмотреть как минимум несколько слоев. Это делает получение аналитических выражений практически невозможным. Можно тем не менее разработать другие алгоритмы расчета данного процесса. В настоящей работе предлагается метод, основанный на исчислении Джонса [2].

## Расчет эффективности дифракции методом Джонса

При помощи матриц Джонса [2] удобно рассчитывать состояние поляризации светового пучка, проходящего через сложные системы из большого числа элементов, как, например, на рис. 3. Расчеты эффективности коллинеарной дифракции проводились следующим образом. По заданному значению эффективности дифракции в кристаллах с известными характеристиками рассчитывался угол поворота осей поляризации  $\gamma$ , а затем по найденному значению  $\gamma$  восстанавливалось значение эффективности дифракции, но уже методом Джонса и в соответствии с изложенной выше теорией, и полученное значение сравнивалось с исходным. В проведенных расчетах было задано значение  $I_d = 0.5$ , а интенсивность падающего света на входе кристалла считалась равной единице,  $I_0 = 1$ .

При анализе коллинеарной дифракции взаимодействие было вначале рассмотрено на отрезке кристалла длиной  $l=\Lambda$ , где  $\Lambda$  — длина волны ультразвука (несколько слоев). С одной стороны, если интенсивность дифрагированного света  $I_d$  на выходе всего кристалла известна, можно рассчитать ее значение  $I_{\Lambda}=I_d/(l/\lambda)^2$  на выходе такого отрезка. С другой стороны, этот же результат можно получить с помощью исчисления Джонса. Результаты расчетов для пяти хорошо известных в акустооптике материалов, таких как ниобат лития LiNbO $_3$ , альфа-кварц  $\alpha$ -SiO $_2$ , теллур Те, молибдат кальция CaMoO $_4$  (дифракция на сдвиговой моде) и  $Tl_3$  AsSe $_3$ , представлены в таблице.

Необходимо отметить, что во многих кристаллах не существует режима строго коллинеарного взаимодействия (например в  $TeO_2$ ). Однако коллинеарная дифракция была тем не менее зарегистрирована

### Эффективность коллинеарной дифракции в кристаллах

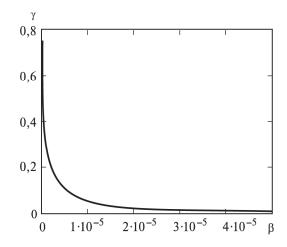
Кристалл	$\Delta n$	$\gamma$ , рад	$I_{\Lambda}$	$I_{\Lambda  \mathrm{Jones}}$
LiNbO <sub>3</sub>	0.086	$6.2 \times 10^{-5}$	$3.0 \times 10^{-8}$	$3.1 \times 10^{-8}$
$\alpha$ -SiO $_2$	0.009	$1.7 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-7}$	$2.3 \times 10^{-7}$
Te	1.4	$3.8 \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^{-8}$	$1.2 \times 10^{-8}$
CaMoO <sub>4</sub>	0.01	$3.1 \times 10^{-4}$	$7.9 \times 10^{-7}$	$7.7 \times 10^{-7}$
$Tl_3AsSe_3$	0.061	$8.9 \times 10^{-4}$	$6.1 \times 10^{-6}$	$6.3 \times 10^{-6}$

в парателлурите с использованием расходящегося света [18–19]. На основе экспериментально полученных данных были рассчитаны «эффективные» значения АО качества  $M_2$ , фотоупругой константы p, упругой деформации s и угла поворота  $\gamma$ . В частности, для  $I_d=0.5$  в парателлурите были получены следующие результаты:  $\gamma=3.6\times 10^{-5}$ ,  $I_{\Lambda}=1.1\times 10^{-8}$ ,  $I_{\Lambda}$  Jones  $I_{\Lambda}=1.0\times 10^{-8}$ .

Как видно из таблицы, угол поворота осей оптической индикатрисы во всех исследованных кристаллах очень мал, порядка  $10^{-4}-10^{-5}$  рад. Тем не менее анализ показывает, что даже столь малые повороты индикатрисы приводят к значительной эффективности анизотропной дифракции на выходе всей АО ячейки, что говорит о накоплении эффекта по мере прохождения света по кристаллу. Наоборот, чем меньше двулучепреломление материала, тем больше угол  $\gamma$ , и в случае изотропной среды ( $\Delta n=0$ )  $\gamma=\pi/4$ . С ростом двулучепреломления значение угла поворота быстро уменьшается вследствие малости произведения  $2p_{ij}s_j$  (обычно порядка  $10^{-6}$ ). Решая уравнение (4) относительно  $\gamma$ , в общем случае получаем

$$\gamma = 0.5 \operatorname{arctg} \left[ \frac{2p_{ij}s_j}{\beta} \right],$$
 (14)

где  $\beta=\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\approx\frac{2\Delta n}{n^3}$ , т. е. пропорционально двулучепреломлению материала. Вид зависимости  $\gamma(\beta)$  представлен на рис. 4. Значение произведения  $2p_{ij}s_j$  взято равным  $10^{-6}$ . В исследованных материалах порядок величины  $\beta$  составляет не менее  $10^{-2}$ , что в совокупности и определяет столь малый порядок  $\gamma$ . Что же касается фазовой задержки  $\Gamma$ , то, как видно из формулы (5) или (8), ее значение растет с увеличением двулучепреломления линейно, а значит, использованное при выводе выражения (9) условие одновременной малости фазовой задержки  $\Gamma$  и большой естественной анизотропии (т. е. малости угла поворота осей  $\gamma$ ) выполняется в широком интервале значений  $\Delta n$ .



Puc. 4. Зависимость угла поворота осей кристалла от двулучепреломления материала

#### Заключение

В настоящем исследовании показано, что анизотропная среда с распространяющейся в ней акустической волной подобна слоистой двулучепреломляющей среде с различной ориентацией осей поляризации каждого из слоев. Полученные в рамках этой модели аналитические выражения согласуются с выражениями, полученными ранее в рамках традиционного для акустооптики рассмотрения [1-4]. Разработанная модель АО взаимодействия применена для расчета эффективности дифракции в широко распространенных АО материалах (ниобат лития,  $\alpha$ -кварц, теллур, молибдат кальция и TAS). Результаты расчетов оказались в хорошем соответствии с экспериментальными данными, полученными в других работах, в том числе авторами настоящей статьи [6-12]. Важным результатом является также тот факт, что угол поворота осей кристалла очень мал практически во всех анизотропных АО средах. Тем не менее это не влияет на значение эффективности дифракции. По мере прохождения оптической волной области взаимодействия эффект накапливается, и интенсивность дифрагированного света на выходе кристалла может быть большой при любой величине двулучепреломления кристалла.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант РНП.2.1.2.8698).

#### Литература

- 1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М., 1985.
- 2. *Ярив А., Юх П*. Оптические волны в кристаллах. М., 1987.

- 3. Xu J., Stroud R. Acousto-optic Devices, N.Y., 1992.
- 4. *Goutzoulis A., Pape D.* Design and Fabrication of Acousto-optic Devices. N.Y., 1994.
- 5. Dixon R. // IEEE J. Quant. Electron. 1967. **3**, N 2. P. 85.
- Harris S.E., Wallace R.W. // J. Opt. Soc. Am. 1969.
   N 6. P. 744.
- 7. Chang I.C. // Proc. SPIE. 1976. 90. P. 12.
- 8. Voloshinov V.B. // Opt. Eng. 1992. 31, N 10. P. 2089.
- 9. Voloshinov V., Mishin D. // Proc. SPIE. 1993. **2051**. P. 378.
- 10. Волошинов В.Б., Николаев И.В., Парыгин В.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1980. **21**, № 2. С. 42 (Moscow University Phys. Bull. 1980. **35**, N 2. P. 46).
- 11. Pustovoit V.I., Pozhar V.E. // Photon. Optoelectron. 1994. N 2. P. 53.
- 12. *Gottlieb M., Singh N.B.* // Acoustooptics: Researches and Developments (school-seminar). Leningrad, 27 June –1 July 1990. P. 213.
- 13. Parygin V.N., Vershoubskiy A.V. // Photon. Optoelectron. 1998. 5, N 1. P. 7.
- 14. *Parygin V., Vershoubskiy A., Kholostov K. //* Opt. Eng. 1999. **38**, N 7. P. 1149.
- 15. Parygin V., Vershoubskiy A., Mozhaev V., Weihnacht M. // Ultrasonics. 2000. **38**. P. 594.
- 16. *Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* // Квант. электр. 1975. **2**, № 2. С. 318.
- 17. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970.
- 18. *Dobrolenskiy Y.S., Voloshinov V.B., Parygin V.N.* // Proc. SPIE. 2005. **5828**. P. 16.
- 19. Доброленский Ю.С., Волошинов В.Б., Парыгин В.Н. // Опт. и спектр. 2005. **98**, № 4. С. 673.

Поступила в редакцию 17.05.06